

让中华文化在数学课堂上闪闪发光

张奠宙 (华东师范大学 200062)

数学文化是当前数学教育改革的热门话题. 倡导中华文化, 杜绝“去中国化”的倾向, 更是历史赋予我们的责任. 但是, 如何将两者结合起来, 让中华文化在数学课堂上散发耀眼的光芒, 还没有深入的探讨研究. 一种直觉的感受是: 我们需要从源头开始做艰苦的基本建设.

众所周知, 现代的学校数学, 是清末民初从西方国家全盘引进的. 西方数学所承载的是西方文化. 具体来说, 就是古希腊的理性精神, 以及文艺复兴时期的人本主义. 这些文化因子, 经过百年的数学教学, 已经不知不觉地汇入了我国的现代文明. 我们从中得益良多. 但是, 中国的数学教育毕竟还要和中国文化相融合, 即西方数学需要有一个本土化的过程. 国际上有所谓的民族数学(Ethnomathematics), 其内容就是研究数学如何融入到各个民族的文化中去.

中华文化与西方数学联姻, 并不是一个新问题. 具有浓厚的爱国主义情结的我国的数学前辈, 曾经在 1950 年代掀起过一个西方数学本土化的高潮. 就以现今通用的勾股定理来说, 在民国时期的数学教科书里, 都称为“毕达哥拉斯定理”. 这一更名, 并不简单. 如果翻开 1950 年的《中国数学杂志》, 就可以看到许多文章在探讨此事. 有人建议称“商高定理”, 也有人认为叫“陈子定理”较为合适. 最后大家倾向于不以人名命名, 直接点明其内容称之为“勾股弦定理”, 最后为简单起见, 确定为“勾股定理”. 数学教材编写者和广大教师高度认同, 写入教材, 进入课堂, 一直沿用至今. 此后, 中国古代数学成就继续进入中小学数学课程. “杨辉三角”代替了“帕斯卡三角形”. 刘徽的割圆术、祖冲之的圆周率研究成为数学课程进行爱国主义教育的重要内容. 此外, 那时的高中数学教材, 有无限等比数列的内容. 由于数列 $\{\frac{1}{2^n}\}$ 是极限为 0 的无限过程. 于是, 就有人引用古文“一尺之棰, 日取其半, 万世不竭”(《庄子·天下篇》)加以比喻. 这是中华文化和西方数学的巧妙融合, 至今成为经典.

可惜的是, 这一进程没有继续下去. 随着“数学 = 逻辑”的形式主义数学哲学思想的流行, 数学教学渐渐远离文化. 记得有一位特级教师曾经对我说, 通篇只有符号、图形, 一个文字都不出现

的数学才是最好的数学. 这种极端的“形式主义”数学观, 连承载西方数学的西方文化也看不见了, 何谈与中华文化的融合?

在改革开放的 1980 年代, 也曾有过一些创见. 例如宏观上有吴文俊先生提出中国古代数学传统是“算法”体系, 认为是可以和《几何原本》相提并论的创造. 微观上, 则有徐利治先生提出“孤帆远影碧空尽”一句, 可以表示连续量趋向于 0 的过程(这一形象的描绘, 乃是“一尺之棰, 日取其半”比喻的发展). 但是, 事情也就到此为止. 这些见解没有大力研究, 没有真正形成一种教学理念, 因而也就没有真正地进入数学课堂.

21 世纪初进行的大规模数学课程改革, 曾经大量地引进和借鉴的是西方的做法. 诸如数感、符号感、估算等等相继进入了人们的视线. 然而, 这场改革并没有提出数学教学与中华文化互相融合的目标. 与之相反, 一个突出的例子是把体现中国古代数学传统的“珠算”逐出了《义务教育数学课程标准(实验稿)》. 所幸的是, 在《义务教育数学课程标准(2011 年版)》让算盘重回课堂, 要求学生“认识算盘”, 能用算盘表示多位数, 这是一个恢复性的改进. 但是从总体上看, 《义务教育数学课程标准(2011 年版)》仍未着力于数学和中华文化的融合, 并没有跨出新的步伐. 翻开今天的教材, 提到中华文化的部分, 依然是杨辉三角、刘徽割圆、负数引入、祖冲之的约率和密率那几个熟悉的题材.

那么, 中国的数学课堂里能不能体现中华文化呢? 我觉得, 非不能也, 乃不为也. 中华文化中确实包含着许多数学智慧, 只是我们未加重视而已. 让我们来看一个明显的例子.

众所周知, 《道德经》里最出名的一段是: “道生一, 一生二, 二生三, 三生万物.” 这 13 个字, 简直是一组中国化的自然数公理. 它透露了以下的信息:

- 自然数是一个接一个地“生”出来的;
- 1“加 1”, 就能生出 2; 2 再“加 1”就能生出 3; 不断地“加 1”就能生出万;
- 自然数里有 1, 2, 3, … 等, 多得不得了, 没完没了;
- 1 前面还有一个“道”, 在数学上用 0 代表. 我在想, 让一年级小学生将它背下来, 有何不

可? 儿童记住这 13 个字既不困难,也不啰嗦,其中有熟悉的一、二、三、万等数字,又有“生”这个极为生动传神的动词,小学生是能领会,愿意背,喜欢听的. 进一步说,一年级小学生需要背诵的古文,并不必全懂其含义,儿童们会背的唐诗中,有许多意思也是没法完全理解的. 例如《静夜思》里“低头思故乡”一句,何谓“故乡”? 如何思念? 小学生不甚了了,这非得长大成为离乡的游子,才能有深切的感受. 这就是说,从模模糊糊到渐渐清晰,那是要好多年不断地进行反刍才能领悟的,然而,这不妨碍孩子们背诵.

更进一步,细细品味《道德经》中的这段话,还和高中数学的数学归纳法有十分密切的联系. 众所周知,数学归纳法原理是和自然数的归纳公理等价的. 一生二,二生三,相当于数学归纳法中 $n=1,2$ 时,命题成立的要求. 最后的目标是要获得“三生万物”的结果. 然而,要“生”出万物(自然数全体)来,必须要每个与 n 有关的命题都能“生”出与 $n+1$ 有关的命题. 这不正是数学归纳法原理的精髓吗?

今日的教学设计,大多用多米诺骨牌比喻数学归纳法. 不过,现实的多米诺骨牌迟早总会停止,即一定会有某个第 n 块倒下,却不能让第 $n+1$ 块倒下. 说白了,就是 n 命题“生”不出 $n+1$ 命题来. 为了要“三生万物”,就必须生生不息,如同愚公所说:“子又生孙,孙又生子;子又有子,子又有孙;子子孙孙无穷匮也”(《列子·汤问》). 在数学上,就是要保证每个 n 命题不仅自己成立,还必须保证 n 能“生”出第 $n+1$ 个命题来. 这就是说,数学归纳法后半部分要做的不在于检验“ n 命题”是不是正确,要做的是证明 n 命题能不能“生”的问题. 总之,强调一个“生”的动词,保证每个 n 命题都能“生”,做到生生不息,正是《道德经》里蕴藏着“数学归纳法”智慧.

中华文化中的数学智慧需要我们去探究、发现、提炼、解说. 那么,一般地,我们应该如何进行中华文化和数学的融合,让中华文化在数学课堂上生根开花呢? 我们建议从以下三方面开展研究,然后积极而又慎重地进教材,进课堂,形成在数学教学过程中弘扬中华文化的新风.

1 中外数学知识需要进一步融合

前已提到,我们已经有过将西方数学与中华文化互相融合的成功范例. 今天的任务是继续前辈的探索,与时俱进地增加新的融合点. 以下是一些已经使用或者建议试用的案例.

· 如前所说,一年级小学生就可以背诵“道生一,一生二,二生三,三生万物.”

· 珠算是手指计数的延长,算盘比一捆小棒之类的计算工具高明得多.

· 中国的十进位置记数制与罗马计数制的比较. 上海外滩大钟上使用的是罗马数字,它不是位置记数制.

· 墨子关于圆的定义.

· 西方数学中的“对称”与纯粹中国化的“对联”的共性:寻求变化中的不变性质.

· 如此显然的“对顶角相等”定理要不要证明? 古希腊的奴隶主民主文化认为需要证明. 中国皇权文化影响下的“国家管理数学”对此没有兴趣.

· 人为设置的温度计正负度数,与自然形成的中国古代收入支出的正负数.

· 三角比:角的正弦是单位菱形面积(现代创新. 张景中)

· “离离原上草,一岁一枯荣”与周期性. 可以写出草长的表示式.

· 《道德经》与数学归纳法.

这是一个极不完全的清单,有待集思广益,不断补充.

2 数学与人文意境的沟通

中华文化的许多脍炙人口的诗词作品,虽然并不直接反映数学知识,但在意境上可以和西方数学沟通. 这里也略举数例.

· 抽屈原理与“只在此山中,云深不知处”——纯粹存在性定理的意境.

· 苏轼的《琴诗》:“若言琴上有琴声,放在匣中何不鸣? 若言声在指头上,何不于君指上听?”这样的判断与数学中的反证法,在意境上彼此可以沟通.

· 高中数学要遇到两种不同的无限: $[a, b]$ 中点的实无限与数列的潜无限. 我们用“无边落木萧萧下,不尽长江滚滚来”的诗句(杜甫:《登高》)进行比喻,可以增加数学的人文性.

· 陈子昂的《登幽州台歌》:“前不见古人,后不见来者. 念天地之悠悠,独怆然而涕下”. 其意境正与爱因斯坦的四维时空相通.

· 整体与局部. 欧拉多面体定理是一个整体性的结果,和局部的大小形状无关. 这正是韩愈诗句“草色遥看近却无”的意境.

我们希望,文史学者能和数学教育工作者合作探究,架起中华文化与数学意境相互连接的桥梁,既能增加数学内容的人文性,也会给中国古典文化以新的生命力.

3 发扬中国学者诠释西方数学的优良传统

西学东进以来,我国学者从中华文化的角度来诠释西方数学,有许多已经成为文化经典. 我们

“不等式的应用”教学实录与反思

董林伟 (江苏省中小学教学研究室 210013)



学优秀课观摩与评比活动一等奖,2003年获全国“苏步青数学教育奖”一等奖,2010年获首届江苏省基础教育教学成果奖特等奖,2013年获第二届江苏省基础教育教学成果奖特等奖,2014年获教育部基础教育教学成果奖国家级二等奖。

作者简介:董林伟,江苏宜兴人,1985年8月毕业于南京师范大学,1985—2004年在南京师大附中工作,2005年初调入江苏省中小学教学研究室至今。江苏省数学特级教师,教授级中学高级教师,国标本苏科版初中数学教材主编,兼任江苏省人民政府督学,江苏人民教育家培养对象导师,江苏省基础教育教学指导委员会委员兼中学数学组组长,中国教育学会中学数学专业委员会常务理事兼学术委员会副主任,江苏省教育学会中学数学专业委员会理事长,南京师范大学硕士生导师,1993年获江苏省首届高中数学优质课评比一等奖,2000年获全国首届高中数

1 基本情况

本节课是2000年11月全国中数会举办的全国首届高中数学优秀课观摩与评比活动中笔者执教的关于“不等式的应用”一节课的教学实录。

1.1 授课对象

学生来自省级重点高中一年级普通班,基础较好,有一定的自学能力、推理能力及运算能力。

1.2 目标分析

本节内容是《普通高中数学教科书》(人教版)“不等式证明”后执教者补充的教学内容。通过对生活中的一个实际问题的探讨,使学生进一步了解基本不等式在解决问题过程中的应用,加深理解基本不等式使用条件及其方法,培养学生用数学的意识、创新意识及实践能力。

需要加以继承发扬,代代相传,形成传统。以下是几个重要的例子。

- 明代徐光启在《几何原本杂议》中指出:“此书有四不必:不必疑,不必揣,不必试,不必改;有四不可得:欲脱之不可得,欲驳之不可得,欲减之不可得,欲前后更置之不可得。”这样的认识,不正是几何教学要达成的目标吗?如果我们把它写入教材,让学生体会几何学的精髓,将会十分有益。

- 清代乾嘉学派的考据文化,与数学、逻辑的论证的殊途同归。钱宝琮认为“研究经书和史书都要掌握些数学知识,所以古典数学为乾嘉学派所重视”。清末民初的国学大师章太炎、王国维对数学十分重视,有许多论述和译作。

- 李善兰将“等式”一词翻译为“方程”的良苦用心。最近的研究表明:将西方数学里的“等式”一词译成“方程”是一次中国化的创新。实际上,“方程”出自中国传统数学典籍《九章算术》第八章的标题,内涵远远超过“等式”一词。李善兰的用心,我们

至今没有充分认识,需要深刻理解,并加以弘扬。

- 近代数学家的贡献,如华罗庚关于“数学学习打好基础”、数形结合的论述,吴文俊关于“中国古代数学的算法体系在世界数学史上的地位”的论述。

- 当代数学教育曾经大力研究“珠算、笔算、心算”三算结合。在计算器盛行的今天,仍然有不可替代的价值。

以上列出的揭示中华文化里数学智慧的研究领域,还是一块尚待开发的处女地。这些课题,大多还是思考与建议,需要进行教学设计,在课堂上进行教学实践。任何改革都要从实际出发,看看数学课堂融入中华文化的教学是否合适,学生是否欢迎,如何做才能有效。只有经大量的实事求是的经验总结,才能成为大家的共识。为了使得中华文化进入数学课程标准,融入数学教材,走进数学课堂,乃至出现在考试试卷里,我们需要克服“数学无关人文”,“人文无助于数学成绩”的思维定势,坚定地做不懈的努力。